Guía Básica

Observación: En esta guía, $\mathbb{K}$ representa al cuerpo $\mathbb{R}$ ó $\mathbb{C}$.

Determinar la veracidad de las siguientes afirmaciones:

1. ☐ Dos polinomios son iguales si y sólo si sus coeficientes son iguales.

2. ☐ Dos polinomios son iguales si y sólo si tienen al menos un coeficiente en común.

3. ☐ Si dos polinomios tienen un coeficiente distinto, entonces no son iguales.

4. ☐ El grado de un polinomio p, es el k más grande tal que el coeficiente a_k de p es no nulo.

5. ☐ El grado de un polinomio p, es el k más pequeño tal que el coeficiente a_k de p es nulo.

6. ☐ Si dos polinomios tienen grados distintos puede ser iguales.

7. ☐ Si dos polinomios son iguales, entonces tienen el mismo grado.

8. ☐ El grado de cualquier polinomio constante es 0.

9. ☐ El grado de cualquier polinomio constante y no nulo es 0.

10. ☐ El grado del polinomio nulo es $-\infty$.

11. ☐ El polinomio $p(x) = 1 + x + x^2 + x^6$ es mónico.

12. ☐ El polinomio $p(x) = 1 + x + 2x^2 + x^6$ no es mónico.

13. ☐ El polinomio $p(x) = 1 + x + 2x^2 + x^6$ es mónico.

14. ☐ Si $p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ y $q(x) = \sum_{k=0}^{n} b_k x^k$, entonces $(p+q)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k b_k x^k$.

15. ☐ Si $p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ y $q(x) = \sum_{k=0}^{n} b_k x^k$, entonces $(p+q)(x) = \sum_{k=0}^{n} (a_k + b_k) x^k$.

16. ☐ Si $p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ y $q(x) = \sum_{k=0}^{n} b_k x^k$, entonces $(p \cdot q)(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k b_k x^k$.

17. ☐ Si $p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ y $q(x) = \sum_{k=0}^{n} b_k x^k$, entonces el k-ésimo coeficiente de $(p \cdot q)(x)$ es $\sum_{i=0}^{k} a_i b_i$.

18. $\square$ Si $p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k$ y $q(x) = \sum_{k=0}^{n} b_k x^k$, entonces el k-ésimo coeficiente de $(p \cdot q)(x)$ es $\sum_{i=0}^{k} a_i b_{k-i}$.

19. $\square$ Al sumar dos polinomios, el grado del polinomio resultante es menor o igual al grado de alguno de los polinomios originales.

20. $\square$ Al sumar dos polinomios, el grado del polinomio resultante es siempre menor o igual al grado de ambos polinomios originales.

21. $\square$ Al sumar dos polinomios, el grado del polinomio resultante es siempre igual al grado de alguno de los polinomios originales.

22. $\square$ Existen pares de polinomios que al ser multiplicados generan un polinomio de grado estrictamente menor que los suyos.

23. $\square$ Dado un polinomio no nulo $p(x)$, el grado del polinomio $(p^2)(x)$ es siempre par.

24. $\square$ Dado un polinomio no nulo $p(x)$, el grado del polinomio $(p^2)(x)$ es siempre impar.

25. $\square$ $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$ es un anillo conmutativo con unidad.

26. $\square$ La unidad en $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$ es el polinomio nulo.

27. $\square$ La unidad en $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$ tiene grado 0.

28. $\square$ $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$ no es cuerpo.

29. $\square$ $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$ no es cuerpo, pues posee divisores de cero.

30. $\square$ En $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$, todo elemento tiene inverso (para $\cdot$).

31. $\square$ En $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$, todo elemento con grado menor o igual a 1 tiene inverso (para $\cdot$).

32. $\square$ En $(\mathbb{K}[x], +, \cdot)$, todo elemento con grado igual a 1 tiene inverso (para $\cdot$).

33. $\square$ Si $p, d \in \mathbb{K}[x]$ y $d \neq 0$, entonces existen $q, r \in \mathbb{K}[x]$ tales que $p = q \cdot d + r$.

34. $\square$ Si $p, d \in \mathbb{K}[x]$ y $d \neq 0$, entonces existe $q \in \mathbb{K}[x]$ tales que $p = q \cdot d$.

35. $\square$ Si $p, d \in \mathbb{K}[x]$ y $d \neq 0$, entonces existen $q, r \in \mathbb{K}[x]$ tales que $p = q \cdot d + r$, con $\mathrm{gr}(d) > \mathrm{gr}(r)$.

36. $\square$ Para cualquier $p \in \mathbb{K}[x]$ y $c \in \mathbb{K}$, entonces el resto de dividir p por $(x - c)$ es siempre cero.

37. $\square$ Para cualquier $p \in \mathbb{K}[x]$ y $c \in \mathbb{K}$, entonces el resto de dividir p por $(x - c)$ es $p(c) - c$.

38. $\square$ Para cualquier $p \in \mathbb{K}[x]$ y $c \in \mathbb{K}$, entonces el resto de dividir p por $(x - c)$ es $p(c)$.

39. $\square$ $c \in \mathbb{K}$ es raíz de $p \in \mathbb{K}[x]$ si y sólo si $p(c) = c$.

40. $\square$ $c \in \mathbb{K}$ es raíz de $p \in \mathbb{K}[x]$ si y sólo si $p(c) = 0$.

41. $\square$ $c \in \mathbb{K}$ es raíz de $p \in \mathbb{K}[x]$ si y sólo si el resto de dividir p por $(x + c)$ es cero.

42. $\square$ $c \in \mathbb{K}$ es raíz de $p \in \mathbb{K}[x]$ si y sólo si el resto de dividir p por $(x - c)$ es cero.