



Control 1

P1. (6,0 pts.) Considere el sistema lineal en los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $Ax = b$ donde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 - 2\alpha & \beta + 1 \\ 0 & 1 & -1 & \beta - \alpha \\ 0 & -2 & 2 & 2 - 2\beta \\ 2 & 0 & 2 & \alpha \\ 2 & 1 & 1 & \alpha + \beta - 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \beta - 3 \\ -1 \\ -2 \\ 4\beta - 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Determine los valores o condiciones para los parámetros α y β de modo que el sistema:

- Tenga infinitas soluciones y encuentre dichas soluciones.
- Tenga solución única y encuentre dicha solución.
- No existan soluciones.

P2. Sean L_1 y L_2 los conjuntos solución de los sistemas:

$$L_1 \begin{cases} x + z = 1 \\ \alpha x + y + z = 0 \end{cases}, \quad L_2 \begin{cases} 2\alpha x + y + z = 1 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- a) i) (2,0 pts.) Resuelva los sistemas L_1 y L_2 y decida para qué valores de α los conjuntos L_1 y L_2 son rectas.

En adelante considere que L_1 y L_2 son rectas.

- (1,0 pts.) Escriba ecuaciones vectoriales para L_1 y L_2 .
 - (1,0 pts.) Determine el valor de α para que L_1 y L_2 sean ortogonales y, para ese valor de α , verifique que $L_1 \cap L_2 = \emptyset$.
- b) (2,0 pts.) Considere el plano

$$\Pi : x + y + z = 1.$$

Determine las coordenadas del punto proyección del origen sobre el plano Π y calcule la distancia del origen al plano Π .

- P3.** a) (2,0 pts.) Una matriz $M \in \mathcal{M}_{nn}$ se llama *Idempotente* si $M^2 = M$. Si $A, B \in \mathcal{M}_{nn}$ son tales que $A = AB$ y $B = BA$ demuestre que A y B son idempotentes.
- b) Sea $A \in \mathcal{M}_{nn}$ dada y supongamos que $A^3 = 0$. Considere el conjunto de matrices

$$G = \{M(\lambda) \in \mathcal{M}_{nn} \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

donde

$$M(\lambda) = I + \lambda A + \frac{\lambda^2}{2} A^2.$$

- (2,0 pts.) Pruebe que $M(\lambda + \beta) = M(\lambda) \cdot M(\beta)$.
- (2,0 pts.) Demuestre que (G, \cdot) es un grupo abeliano, donde \cdot es el producto de matrices. Identifique $(M(\lambda))^{-1}$.

13 de septiembre de 2008

Tiempo: 3:00 hrs.

Consultas sólo de enunciado, sólo al auxiliar, en voz alta y desde el puesto