Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra Lineal 09-2

Control 1

P1. Considere el sistema

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & -\alpha\cdot x_2 & +0\cdot x_3 & -\beta\cdot x_4 & = & 0 \\ 0\cdot x_1 & +\alpha\cdot x_2 & +x_3 & +\beta\cdot x_4 & = & \alpha \\ \beta\cdot x_1 & +\alpha\cdot x_2 & +\beta\cdot x_3 & +0\cdot x_4 & = & \beta \\ \alpha\cdot x_1 & +0\cdot x_2 & +\beta\cdot x_3 & +0\cdot x_4 & = & 0 \end{array}$$

donde x_1, x_2, x_3, x_4 son las incógnitas y $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ son parámetros.

(i) (5,0 ptos.) Determine los valores o condiciones sobre los parámetros α y β de modo que el sistema:
- tenga infinitas soluciones
- no tenga soluciones
- tenga solución única.

(ii) (1,0 pto.) Para $\alpha = 1$ y $\beta = 2$, encuentre, de ser posible, la solución del sistema.

P2. a) Dadas las rectas L_1 y L_2 definidas por

$$L_1 : \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ t \in \mathbb{R} \quad \text{y} \quad L_2 : \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

se pide:

(i) (1,0 pto.) Demostrar que $L_1 \cap L_2 = \phi$.

(ii) (1,5 ptos.) Deducir la ecuación cartesiana del plano que contiene a L_1 y es paralelo a L_2.

(iii) (1,5 ptos.) Encontrar la distancia entre las rectas L_1 y L_2.

b) (2,0 ptos.) Se $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$ y $p \in \mathbb{N}$, $p \geq 2$. Pruebe que A^p es invertible si y sólo si A es invertible.

P3. Sean $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ y W definido por

$$W = \{A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R}) / A \text{ es simétrica y } \sum_{i=0}^{n} a_{ii} = 0\}.$$

a) (2,0 ptos.) Probar que W es s.e.v. de $\mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$.

b) Considere $n = 3$ y las matrices de $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b.1) (2,0 ptos.) Pruebe que $\{A, B, C, D, E\}$ es l.i.

b.2) (2,0 ptos.) Pruebe que $W = \langle\{A, B, C, D, E\}\rangle$

12 de septiembre de 2009
Sin consultas
Tiempo: 3:00