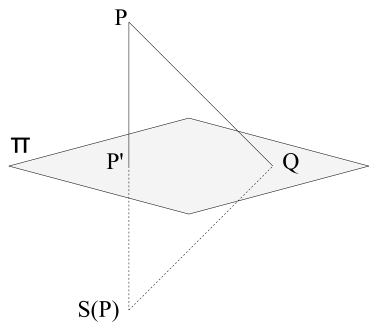
Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra Lineal 11-2

# Control 2

**P1.** a) i) (1,5 ptos.) Sea $P \in \mathbb{R}^3$ un punto y $\Pi \subset \mathbb{R}^3$ un plano ($P \notin \Pi$). Llamaremos $S(P)$ al punto simétrico de $P$ con respecto al plano $\Pi$. ($PP' \perp \Pi \wedge d(P,P') = d(P', S(P))$, ver figura).

Si $Q \in \Pi$ es un punto cualquiera sobre el plano, demuestre que $d(P,Q) = d(S(P),Q)$.




ii) (1,5 ptos.) Considere el plano $\Pi \subseteq \mathbb{R}^3$ y $A, B \in \mathbb{R}^3$ dos puntos ubicados al mismo lado del plano $\Pi$. Muestre que el punto $R \in \Pi$ tal que $d(A,R) + d(B,R)$ es mínima, se obtiene como la intersección del plano $\Pi$ con la recta que une los puntos $S(A)$ con $B$.

b) (3,0 ptos.) Dados $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\Pi : x + y + z = 1$. Se pide encontrar el punto $R$ de la parte a)ii) y la distancia mínima $d(A,R) + d(R,B)$.

**P2.** a) Sea $h = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $W_h = \{M \in \mathcal{M}_{33}(\mathbb{R}) | Mh = 0\}$.

i) (1,0 ptos.) Demuestre que $W_h$ es subespacio vectorial de $M_{33}(\mathbb{R})$.

ii) (1,5 ptos.) Encuentre una base para $W_h$.

iii) (0,5 ptos.) Calcule $\dim(W_h)$.

iv) (1,0 ptos.) Complete la base de $W_h$ obtenida en (ii) a una base de $\mathcal{M}_{33}(\mathbb{R})$.

b) (2,0 ptos.) Se define $\mathcal{U} = \{v \in \mathbb{R}^n | \sum_{i=1}^{n} v_i = 0\}$. Encuentre una base para $\mathcal{U}$ e indique su dimensión.

Tiempo: 2:30 hrs.