Control 3

P1. Considere la matriz $A \in \mathcal{M}_{44}(\mathbb{R})$ definida por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) (1,0 pto.) Verifique que

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

es vector propio de A y calcule su valor propio asociado.

(ii) (4,0 ptos.) Si se sabe que $\lambda = 4$ es valor propio de A, encuentre una base ortonormal de vectores propios de A.

(iii) (1,0 pto.) Encuentre el polinomio característico de A.

P2. (6,0 ptos.) Sea $\alpha \in \mathbb{R}$ y considere la ecuación:

$$(\alpha + 2)x^2 + (\alpha + 2)y^2 + 2\alpha xy = 1.$$

Determine, cuando existan, los valores del parámetro α para los cuales la ecuación representa:

circunferencia, parábola, elipse, hipérbola, recta o rectas, un punto, conjunto vacío.

Señale explícitamente qué cónicas o conjuntos de los indicados no pueden ser representados por la ecuación dada para ningún valor de $\alpha \in \mathbb{R}$.

P3.

a) (3,0 ptos.) Completar los elementos faltantes de la matriz $A \in \mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ - & - \end{pmatrix}$$

de modo que admita a $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ y a $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ como vectores propios.

b) (3,0 ptos.) Encuentre una matriz $B \in \mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$ con los mismos vectores propios v_1 y v_2 del punto a) y valores propios $\lambda_1 = 1$ asociado a v_1 y $\lambda_2 = 0$ asociado a v_2. Calcule, además, B^{10}.

21 de noviembre de 2009
Sin consultas
Tiempo: 3:00