

Control 2

TIEMPO: 2 HORAS

INDICACIONES:

- 1) El control es estrictamente **individual**.
- 2) Puede ser respondido normalmente en dos horas, más una hora para preparar y subir sus respuestas.
- 3) Debe subir respuestas legibles y claras, debidamente identificadas en todas las hojas.
- 4) Justificar claramente sus razonamientos, argumentos y cálculos, aludiendo a la materia del curso.

Pregunta 1

a) Considere el siguiente problema de programación lineal (con $n > 1$, dado):

$$\begin{aligned}
 (P) \quad \text{máx} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n \\
 & x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n \leq 1 \\
 & x_2 + x_3 + \dots + x_n \leq 2 \\
 & \vdots \\
 & x_n \leq n \\
 & x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

- i) (1pt) Escriba el problema dual (D).
 - ii) (1pt) Resuelva (P). Fundamente claramente su procedimiento.
 - iii) (2pt) Resuelva (D). Fundamente claramente su procedimiento.
- b) (2pt) Usando argumentos de dualidad, demuestre que el siguiente problema de programación lineal es no acotado.

$$\begin{aligned}
 (P) \quad \text{mín} \quad & x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 10x_4 - 6x_5 \\
 & x_1 - x_2 + 2x_3 - 18x_4 - 20x_5 \geq 1 \\
 & x_1 + 2x_2 - x_3 + 12x_4 - 20x_5 \geq -1 \\
 & x_1, \dots, x_5 \geq 0
 \end{aligned}$$

Pregunta 2

Considere a una persona que se encuentra en la estación Pedro Aguirre Cerda de la línea 6 del metro de Santiago y se quiere trasladar en el menor tiempo posible a la estación Manuel Montt de la línea 1.

Para ayudarle a esta persona, usted aplicará el algoritmo Dijkstra visto en el curso.

- a) (1.5 ptos.) Escriba el **grafo** que representará la situación, considerando como vértices a las estaciones: Pedro Aguirre Cerda, Franklin, Ñuble, Ñuñoa, Los Leones, Baquedano, Los Héroes, Santa Ana, Universidad de Chile y Manuel Montt; y como aristas a las de la siguiente tabla



estación	estación	min	estación	estación	min
Pedro Aguirre Cerda	Franklin	3	U de Chile	Baquedano	4
Franklin	Ñuble	5	Baquedano	Manuel Montt	3
Franklin	Los Héroes	8	Ñuble	Baquedano	6
Los Héroes	Santa Ana	2	Ñuble	Ñuñoa	5
Los Héroes	U de Chile	3	Ñuñoa	Los Leones	6
Santa Ana	Baquedano	5	U de Chile	Ñuñoa	10
Los Leones	Manuel Montt	3			

En la tabla se ha considerado que el tiempo de ir de una estación a a otra b es el mismo que ir desde b hasta la estación a .

- b) (4 pts.) Resuelva el problema utilizando el algoritmo de Dijkstra ¿Cuál es el camino mínimo desde Pedro Aguirre Cerda a Manuel Montt?

En cada iteración debe indicar el nuevo nodo revisado, los vértices precedentes y los largos de caminos mínimos hasta el momento, puede ayudarse de la siguiente tabla para entregar esta información:

iteración i	PAC	F	LH	Ñub	Ñuñ	LL	SA	UCh	B	MM
precedente										
largo										

- c) (0.5 pts.) ¿Cuál es el camino mínimo y el largo mínimo si ahora la persona decide ir desde Pedro Aguirre Cerda a Ñuñoa?